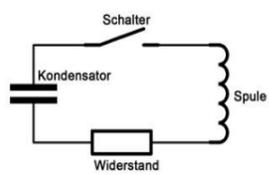


Ziel dieser Arbeit ist es die elektrodynamischen Vorgänge bei Kondensatorpulsentladungen theoretisch zu beschreiben. Durch ein genaueres Verständnis der theoretischen Grundlagen können somit praktische Anwendungsbereiche aus der Hochleistungsimpulstechnik optimiert werden.

In der Arbeit soll ein gemessenes Spannungszillogramm einer Hochenergiekondensatorpulsentladung mathematisch analysiert werden. Aufgrund der extrem hohen Pulsstromstärken von mehreren kA war es jedoch nicht möglich den Stromverlauf dieses physikalischen Versuchs zu messen. Der Sonderfall einer nichtlinearen Induktivität während der Kondensatorpulsentladung erschwerte die Anwendung der Differentialgleichung von CLR-Schwingkreisen zur Berechnung des Stromverlaufs mit dem gemessenen Spannungszillogramm. Durch das Newton-Interpolationsverfahren konnte die Funktion des Spannungsverlaufs jedoch numerisch angenähert und daraus schließlich die Funktion des Stroms berechnet werden.

## Aufbau eines gedämpften CLR-Schwingkreises



Ein CLR-Schwingkreis besteht aus einem Kondensator der Kapazität  $C$ , einer Induktivität  $L$  und einem Widerstand  $R$  (Abb.1).

Wird der Kondensator nun auf die Spannung  $U_0$  aufgeladen und anschließend der Schalter geschlossen, so kann man **unterschiedliche Entladeverhalten** beobachten

Abb. 1: Schaltplan eines CLR-Entladekreises

Die Summe aller Teilspannungen innerhalb eines Entladekreises ergibt immer Null (Maschenregel bzw. 2. Kirchhoffsches Gesetz). Für einen CLR-Schwingkreis gilt somit die Gleichung

$$U_L(t) + U_R(t) + U_C(t) = 0 \quad (1.1)$$

Für  $U_C(t)$ ,  $U_L(t)$  und  $U_R(t)$  gelten folgende Zusammenhänge:

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{1}{C} Q(t)$$

$$U_L(t) = L \cdot \frac{dI}{dt} = L \cdot \frac{dQ}{dt} = L \cdot \dot{Q}(t) \quad (1.2)$$

$$U_R(t) = R I = R \cdot \frac{dQ}{dt} = R \cdot \dot{Q}(t)$$

## Differentialgleichung eines CLR Schwingkreises

$$\frac{1}{LC} \cdot Q(t) + \ddot{Q}(t) + \frac{R}{L} \cdot \dot{Q}(t) = 0 \quad (1.3)$$

$$\text{Kreisfrequenz } \frac{1}{LC} = \omega^2 \quad \text{Dämpfung } \frac{R}{L} = 2\delta \quad (1.4)$$

## Unterschiedliche Entladeverhalten eines CLR-Schwingkreises

Je nach Stärke der Dämpfung  $\delta$  unterscheidet man unterschiedliche Entladeverhalten eines Schwingkreises.

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{(-\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}) \cdot t}$$

$$Q(t) = \underbrace{Q_0}_{\text{Anfangsladung}} \cdot \underbrace{e^{-\delta t}}_{\text{Hüllkurve}} \cdot \underbrace{e^{\pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \cdot t}}_{\text{Schwingung}} \quad (2.1)$$

### 1. Der Schwingfall

Ist der ohmsche Widerstand eines CLR-Schwingkreises sehr niedrig, so ergibt sich durch den Zusammenhang zwischen ohmschen Widerstand und Induktivität nach der Formel  $\delta = \frac{R}{2L}$  eine geringe Dämpfung.

Wenn  $\delta^2 < \omega_0^2$  wird der Radikant unter der Wurzel in Gl. (2.1) positiv. Der Spannungsverlauf wird in diesem Fall beschrieben durch die Gleichung

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.2)$$

Wird der Kondensator nun auf die Spannung  $U_0$  aufgeladen und anschließend der Schalter geschlossen, so kann man eine **gedämpfte Schwingung** beobachten (Abb.2).

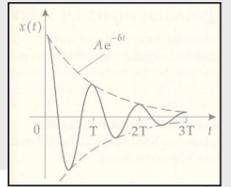


Abb.2: Schwingfall

### 2. Der aperiodische Grenzfall

Der Fall  $\delta^2 = \omega_0^2$  wird als **aperiodischer Grenzfall** bezeichnet, da es hier zu keiner Schwingung mehr kommt. Die Entladefunktion besitzt in diesem Fall eine "Nullstelle" im Unendlichen (Abb.3).

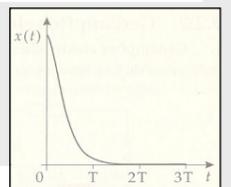


Abb.3: aperiodischer Grenzfall

### 3. Der Kriechfall

Ist  $\delta^2 > \omega_0^2$  kommt es bei sehr großer Dämpfung weder zu einem "reversal voltae", noch zu einer Schwingung. Die Spannung "kriecht" asymptotisch zum Wert Null (Abb.4).

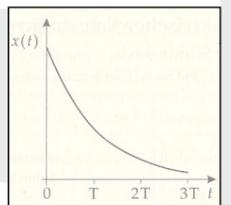


Abb.4: Kriechfall

## Methodik und Vorgehensweise

Mit dem Lichtwellenleitermesssystem war es möglich Spannungsverläufe der Kondensatorpulsentladungen aufzuzeichnen. Es sollte nun eine Funktion gefunden werden, mit der man das gemessene Spannungszillogramm (Abb.1) beschreiben kann.

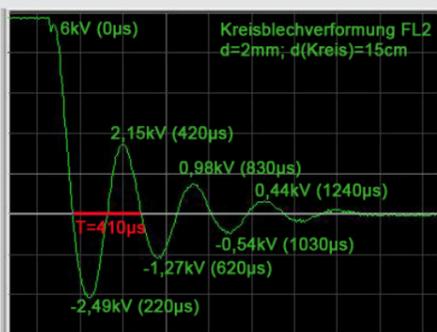


Abb.1: gemessenes Spannungszillogramm

Auswertung

Aus dem Spannungszillogramm können verschiedene Daten abgelesen und berechnet werden:

Extrema	Zeit (x-Werte)	Phasenzeitpunkt $\varphi$	Spannung (y-Werte)	Dämpfung (y-Werte)	Kreisfrequenz $\omega(E_i)$
E0	0 s	0	6000 V	7000 (Schätzwert)	10500 (Schätzwert)
E1 (negativ)	$2,20 \cdot 10^{-6}$ s	$0,5\pi$	-2490 V	3997,6	14279,96661
E2	$4,20 \cdot 10^{-6}$ s	$1,0\pi$	2150 V	2443,6	14279,96661
E3 (negativ)	$6,20 \cdot 10^{-6}$ s	$1,5\pi$	-1270 V	2504,4	15201,25478
E4	$8,30 \cdot 10^{-6}$ s	$2,0\pi$	980 V	2183,1	15140,20556
E5 (negativ)	$1,030 \cdot 10^{-5}$ s	$2,5\pi$	-540 V	2337,8	15250,44977
E6	$1,240 \cdot 10^{-5}$ s	$3,0\pi$	440 V	2107,0	-

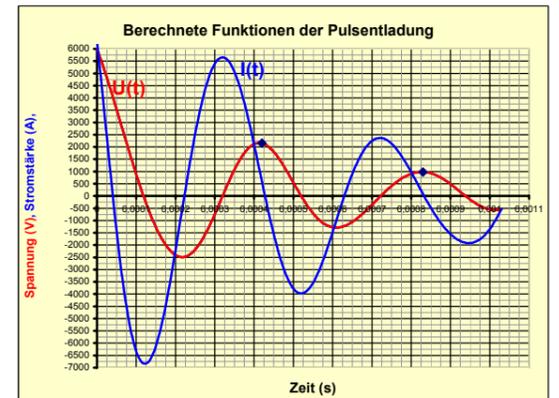
$$U(t) = \underbrace{U_0}_{\text{Anfangsspannung}} \cdot \underbrace{e^{-\delta(t)}}_{\text{Hüllkurve}} \cdot \underbrace{\cos \omega(t)}_{\text{Zeit-Kreisfrequenzfunktion}}$$

### Hüllkurvenfunktion

- Anfangsspannung  $U=6000V$
- Zeit-Dämpfungsfunktion  $\delta(t)$
- Newton-Interpolation

### Zeit-Kreisfrequenzfunktion $\omega(t)$

→ Newton-Interpolation



$$U(t) = 6000 \cdot e^{-1,900137861 \cdot 10^6 t^2 + 7,200891314 \cdot 10^6 t - 1,0273025718 \cdot 10^6 t^2 + 6,702959972 \cdot 10^6 t - 1,807791964 \cdot 10^6 t^2 - 3,032696681 \cdot 10^6 t + 7000} \cdot \cos(5,565808198 \cdot 10^6 t^2 - 1,658150249 \cdot 10^7 t + 1,918721788 \cdot 10^4 t^2 - 1,110228183 \cdot 10^3 t^2 + 33,95528898 \cdot 10^4 t + 10500) \cdot t$$

Die Funktion der Stromstärke lässt sich wie folgt berechnen:

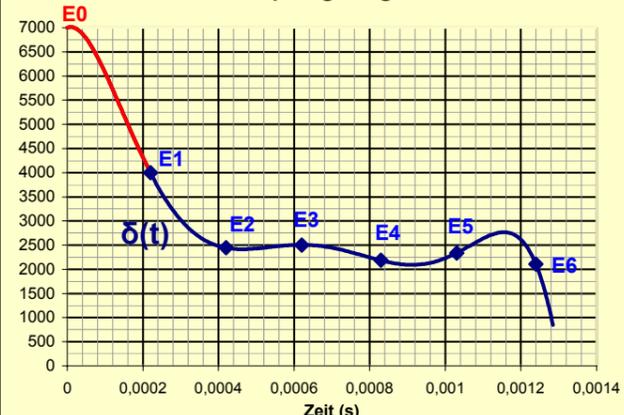
$$I = C \cdot \frac{dU}{dt} = C \cdot \left[ \frac{dU_0}{dt} \cdot e^{-\delta(t)} \cdot \cos \omega(t) + U_0 \cdot \frac{d}{dt} (e^{-\delta(t)} \cdot \cos \omega(t)) \right]$$

$$= C \cdot U_0 \cdot \left[ \frac{d}{dt} (e^{-\delta(t)}) \cdot \cos \omega(t) + e^{-\delta(t)} \cdot (-\sin \omega(t)) \cdot \frac{d}{dt} (\omega(t)) \right]$$

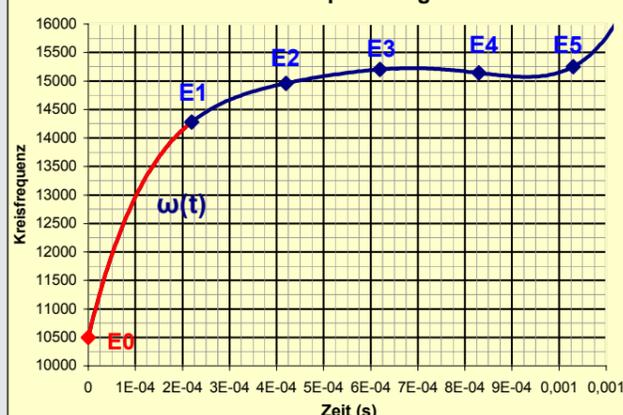
$$= C \cdot U_0 \cdot e^{-\delta(t)} \cdot \left[ \frac{d}{dt} (e^{-\delta(t)}) \cdot \cos \omega(t) - \sin \omega(t) \cdot \frac{d}{dt} (\omega(t)) \right]$$

$$I(t) = 150 \cdot 10^{-6} \cdot 6000 \cdot e^{-1,900137861 \cdot 10^6 t^2 + 7,200891314 \cdot 10^6 t - 1,0273025718 \cdot 10^6 t^2 + 6,702959972 \cdot 10^6 t - 1,807791964 \cdot 10^6 t^2 - 3,032696681 \cdot 10^6 t + 7000} \cdot \left[ \frac{d}{dt} (e^{-\delta(t)}) \cdot \cos \omega(t) - \sin \omega(t) \cdot \frac{d}{dt} (\omega(t)) \right]$$

### Zeit-Dämpfungsdiagramm



### Zeit-Kreisfrequenzdiagramm



## Ergebnis:

Aus den berechneten Funktion können nun physikalisch relevante Daten wie z.B. die **Lebenserwartung der Kondensatoren** etc. berechnet werden.

Trotzdem sind die interpolierten Funktionen lediglich Annäherungen, bei denen insbesondere die Steigungen nicht zwangsläufig exakt sind.

weitere Informationen abrufbar unter